

①

(Laudan 1956) Zakaj se fermioni kljub močni interakciji
obnašajo kot prosti delci?

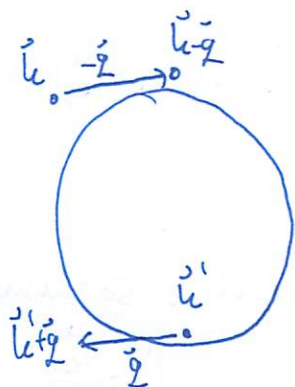
1. ADIABATNA KONTINUITETA IN KVAZIDELCI

Začnemo s sistemom neinteragirajočih fermionov (Fermijev plin) in počasi vklapljammo interakcijo. Če med tem procesom ne pride do kvantnega faznega prehoda v neko povsem drugo stanje, potem obstaja brezhibna povezava med stanji na začetku in na koncu. Takšnemu sistemu rečemo Fermijeva tekočina.

Stanja z isto simetrijo se med seboj ne križajo, označimo jih lahko z kvantnimi kvantnimi števili, v grobem so tudi v enakem vrstnem redu. Ta večdelna stanja opredelimo z zasedbenimi števili n_i , torej s porazdelitveno funkcijo $n(\vec{k})$.

Fiktiivni delci, ki zasedajo te nivoje, se imenujejo KVAZIDELCI. Niso lahka stanja, temveč razpadejo na veliki časovni skali τ_k zaradi interakcij.

$$\frac{1}{J_2} = \frac{2\pi}{t} \sum_{\sigma'} \int d^3 \vec{q} d^3 \vec{k} \delta(E_{\vec{k}-\vec{q}} + E_{\vec{k}'+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - E_{\vec{k}'}) |V(\vec{q})|^2 \times$$



Energije E_{k+q} , E_{k-q} , $-E_k$ su manje od E_k .

Pri integraciji dobimo omejitel na dele $\bar{z} \sim (E - E_F)$ tako za $\bar{t}$ kot $\bar{z}$ zaradi Paulijevega izključitvega načela.

$$\frac{1}{J_k} \propto (E_k - E_F)^2$$

SĚMINAR: itpeljava

V bližini Fermijeve ravšine so kvazidelci dolgoživi, zato jih smemo obravnavati kot dobro definirane vzburitve.

Kvazidelci imajo dobro definirano gibalno količino ($\vec{k}$), naboj oz. število in spin. Prenašajo toliko toka in gibalne količine kot pravi delci.

Kvazidelec = pravi delec + pripadajoči oblač vzburitev
delec-vzel.

Posledica ohranitve števila ob veliki interakcije je tudi ohranitev prostornine zunaj Fermijeve ravšine. To je vsebina Luttingerjevega izkaza.

2. FENOMENOLOŠKA TEORIJA FERMIJEVE TEKOČINE

Energijo zapisemo kot razvoj po odstopanju parazdelitve od ravnovesne parazdelitve pri $T=0$. Člen drugega reda potrebujemo, ker kvazidelci med seboj interagirajo.

$$E = E_0 + \sum_{\vec{k}\sigma} \epsilon_{\sigma}(\vec{k}) \delta n_{\sigma}(\vec{k}) + \frac{1}{2} \sum_{\substack{\vec{k}\sigma \\ \vec{k}'\sigma'}} g_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta n_{\sigma}(\vec{k}) \delta n_{\sigma'}(\vec{k}')$$

Omejimo se na bližino Fermijeve ravšine. Pomembne so samo smeri: $g_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') = g_{\sigma\sigma'}(\hat{k}, \hat{k}')$, s smernima vektorskima $\hat{k} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$.

^3He je izohopen. To velja približno tudi za nekatere kerane. (2.)

Tedaj velja $f_{00'}(\vec{k}, \vec{k}') = f_{00'}(\cos \theta)$ z $\cos \theta = \hat{k} \cdot \hat{k}'$.

Razvoj v bližini Fermijeve površine:

$$\xi_0(\vec{k}) = \mu + \frac{\hbar^2 k_F}{m^*} (|\vec{k}| - k_F)$$

↑
efektivna masa

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} \xi_0(\vec{k}) \Rightarrow v_F = \frac{\hbar k_F}{m^*}$$

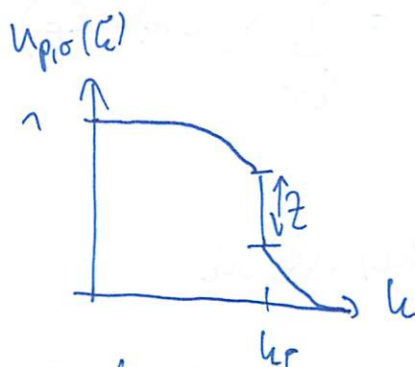
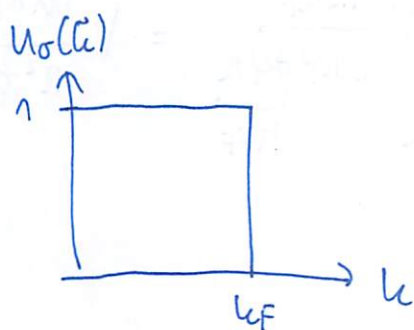
Torej $\xi_0(k) = \mu + \hbar v_F (k - k_F)$. Velja tudi $\vec{v}(\vec{k}) = \frac{\hbar \vec{k}}{m^*}$.

$T=0$

$u_0(\vec{k}) = \theta(k_F - k)$, tako kot velja za Fermijev plin.

To je porazdelitev kvazidelcev po nivojih (zasedbena stevila).

$n_{p,0}(\vec{k}) = \langle C_{0\sigma}^\dagger C_{0\sigma} \rangle$ je porazdelitev pravih elektronov, torej porazdelitev gibalne količine.



z je kvazidelčni preostanek (residuum). Meri prekrivanje med kvazidelčnim stanjem in ustreznim modelčnim stanjem neinteragirajočega sistema, torej v kateri meri se vzburitev odraža kot navaden dlec v prisotnosti interakcije. $z=1$: identično prosti fermionom. $z \rightarrow 0$: prehod v dimgačno stanje. Obstoj sleha je karakteristična lastnost Fermijeve tekočine.

EFFECTIVNA DISPERZIJSKA ZVEZA: $\tilde{\epsilon}_\sigma(k) = \frac{\delta E}{\delta n_\sigma(k)}$

$$\tilde{\epsilon}_\sigma(k) = \epsilon_\sigma(k) + \sum_{k'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(k, k') n_{\sigma'}(k')$$

Ukazivalec se giblje v povprečnem polju, ki ga ustvarjajo vsi ostali kazidelci.

$$f_{\sigma\sigma'}(k, k') = f^s(k, k') + \sigma\sigma' f^a(k, k') \Rightarrow \begin{cases} f_{\uparrow\uparrow} = f_{\downarrow\downarrow} = f^s + f^a \\ f_{\uparrow\downarrow} = f_{\downarrow\uparrow} = f^s - f^a \end{cases}$$

V izotropnem primeru je lahko kotna odvisnost samo preko $\cos\theta$. Za računanje je smiselno raziti po Legendrovih polinomih:

$$f^{s,a}(k, k') = \sum_{l=0}^{\infty} f_l^{s,a} P_l(\cos\theta)$$

$$\int \frac{d\Omega}{4\pi} P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta) = \frac{\delta_{ll'}}{2l+1}$$

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l$$

Gostota stanj: $N(\epsilon_F) = \sum_{k\sigma} \delta(\epsilon(k) - \epsilon_F) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{spin}}}{2} V \frac{k_F^3}{(2\pi)^3} \underbrace{\frac{\partial \epsilon / \partial k}_{k_F}}_{v_F} = V \frac{m^* k_F}{\pi^2 \hbar^2}$

Velja $\sum_{k\sigma} f(\epsilon_k) = \int N(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$

$$\sum_{k\sigma} f(\epsilon_k, \theta) = \int N(\epsilon) d\epsilon \int \frac{d\Omega}{4\pi} f(\epsilon, \theta)$$

Če $F(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} F_l P_l(\cos\theta)$, potem $\int \frac{d\Omega}{4\pi} F(\theta) P_l(\cos\theta) = \frac{F_l}{2l+1}$

LANDAUOVI PARAMETRI: $F_e^{S_A} = N(\epsilon_F) f_e^{S_A}$ brezdimenzijski

(3)

$T > 0$

Določiti moramo zasedbena števila. Postopamo kot v statistični mehaniki z uporabo Gibbsove entropijske formule $S = -k_B \sum p_i \ln p_i$.

$$S = -k_B \sum_{\vec{k}\sigma} \left[u_\sigma(\vec{k}) \ln u_\sigma(\vec{k}) + (1 - u_\sigma(\vec{k})) \ln (1 - u_\sigma(\vec{k})) \right]$$

$$\delta S = -k_B \sum_{\vec{k}\sigma} \ln \left(\frac{u_\sigma(\vec{k})}{1 - u_\sigma(\vec{k})} \right) \delta u_\sigma(\vec{k})$$

$$\delta N = \sum_{\vec{k}\sigma} \delta u_\sigma(\vec{k})$$

$$\delta E = \sum_{\vec{k}\sigma} \tilde{\epsilon}_\sigma(\vec{k}) \delta u_\sigma(\vec{k})$$

$$T \delta S = \delta E - \mu \delta N$$

odtudi $\delta u_\sigma(\vec{k})$ so neodvisni, zato velja $-k_B T \ln \left(\frac{u_\sigma(\vec{k})}{1 - u_\sigma(\vec{k})} \right) = \tilde{\epsilon}_\sigma(\vec{k}) - \mu$

$$\text{Sledi } u_\sigma(\vec{k}) = \frac{1}{\exp \left(\frac{\tilde{\epsilon}_\sigma(\vec{k}) - \mu}{k_B T} \right) + 1}$$

Pozor: to je zapletena implicitna nelinearna enačba za posamezno $u_\sigma(\vec{k})$, zato ker je $\tilde{\epsilon}_\sigma(\vec{k})$ funkcional od $u_\sigma(\vec{k})$.

Pri $T=0$ sledi $u_\sigma(\vec{k}) = \Theta(\mu - \tilde{\epsilon}_\sigma(\vec{k})) = \Theta(\mu - \epsilon_\sigma(\vec{k}))$ ker $\tilde{\epsilon}_\sigma(\vec{k}) = \epsilon_\sigma(\vec{k})$

V izotropnem primeru je $u_\sigma(k) = \Theta(k_F - k)$

3. SPECIFIČNA TOPLOTA

$$T \delta S = \sum_{\vec{k}\sigma} (\tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) - \mu) \delta n_{\sigma}(\vec{k})$$

$$= \sum_{\vec{k}\sigma} (\tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) - \mu) \left[\underbrace{\frac{\partial n_{\sigma}(\vec{k})}{\partial \tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k})} \delta \tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) + \frac{\partial n_{\sigma}(\vec{k})}{\partial \mu} \delta \mu + \frac{\partial n_{\sigma}(\vec{k})}{\partial T} \delta T}_{\text{ta člena dajta prispevek } \propto T^3 \ln T, \text{ zanemajamo}} \right]$$

$$= \sum_{\vec{k}\sigma} (\tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) - \mu) \left[- \frac{\tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) - \mu}{T} \delta T \right] \cdot \frac{\partial n_{\sigma}(\vec{k})}{\partial \tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k})}$$

$$\delta S = - \sum_{\vec{k}\sigma} \left(\frac{\partial n_{\sigma}(\vec{k})}{\partial \tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k})} \right) (\tilde{\epsilon}_{\sigma} - \mu)^2 \frac{\delta T}{T^2}$$

$$= - \int d\epsilon N(\epsilon) \frac{\partial n}{\partial \epsilon} (\epsilon - \mu)^2 \frac{\delta T}{T^2}$$

$$= - N(\epsilon_F) k_B^2 \delta T \underbrace{\int dx \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{e^x + 1} \right) x^2}_{-\pi^2/3}$$

$$S(T, V, N) = \frac{\pi^2}{3} N(\epsilon_F) k_B^2 T$$

$$C_V(T, N) = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V, N} = \frac{\pi^2}{3} N(\epsilon_F) k_B^2 T \propto m^* \quad \text{ker } N(\epsilon_F) \propto m^*$$

Ni odvisnosti od Landauovih parametrov. Posledica tega,

da obravnavamo sistem v termičnem ravnovesju, ko je $\delta n_{\sigma}(\vec{k}) = 0$.

4. STISLJIVOST

4

Mei, kako se sistem odziva na dodajanje elektronov.

Najprej malo uravnavamo definicijo stisljivosti:

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T,N} \quad p = - \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_N \quad \Rightarrow \quad \kappa^{-1} = V \left(\frac{\partial^2 E}{\partial V^2} \right)_N$$

Energija je električna količina, zato $E = V g(\rho)$ z $\rho = \frac{N}{V}$.

$$\kappa^{-1} = \rho^2 g''(\rho)$$

$$\text{Velja tudi } \mu = \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_V = V \left(\frac{\partial g(N/V)}{\partial N} \right)_V = \frac{\partial g(\rho)}{\partial \rho} = g'(\rho)$$

$$\text{Torej } \kappa^{-1} = \rho^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \rho} = \left(\frac{\partial \mu}{\partial (N/V)} \right)_V = V \left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_V \quad \left. \begin{array}{l} \text{Torej } \kappa^{-1} = \rho^2 \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \\ \frac{\partial \mu}{\partial \rho} = \left(\frac{\partial \mu}{\partial (N/V)} \right)_V = V \left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_V \end{array} \right\} \quad \kappa^{-1} = \frac{N^2}{V} \left(\frac{\partial \mu}{\partial N} \right)_V$$

Nabojna susceptibilnost je $\chi_c = \frac{1}{V} \frac{\partial N}{\partial \mu}$. Torej $\kappa = \rho^{-2} \chi_c$.

Končno upoštevamo še, da je $N \propto k_F^3$. $\frac{dN}{N} = 3 \frac{dk_F}{k_F}$

$$\kappa^{-1} = \frac{\rho k_F}{3} \left(\frac{\partial \mu}{\partial k_F} \right)_V \quad \text{Ta oblika nam uspeša!}$$

Če $\mu \rightarrow \mu + d\mu$, potem $k_F \rightarrow k_F + \frac{\partial k_F}{\partial \mu} d\mu$

$$d\mu = d\tilde{\epsilon}_\sigma(k) = d \left[\epsilon_\sigma(k) + \sum_{k'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(k, k') \delta n_{\sigma'}(k') \right]$$

$\delta n_{\sigma'}(k')$ je razlika parazdelitev z k_F in $k_F + dk_F$:

$$\begin{aligned} \delta n_{\sigma'}(k') &= \Theta(k_F + dk_F - k') - \Theta(k_F - k') = \delta(k_F - k') dk_F \\ &= \frac{\delta(\epsilon_F - \epsilon)}{|\partial k / \partial \epsilon|} dk_F = k_F v_F \delta(\epsilon_F - \epsilon) dk_F \end{aligned}$$

$$d\mu = \tau v_F dk_F + \tau v_F dk_F \int \frac{N(\epsilon) \delta(\epsilon - \epsilon_F) f_{\text{Fermi}}(\cos \theta) d\epsilon}{F_0^S}$$

$$d\mu = \tau v_F (1 + F_0^S) dk_F \quad F_0^S = 10.8 \text{ v } {}^3\text{He}$$

$$\Rightarrow \kappa = \kappa_0 (1 + F_0^S)^{-1}$$

↑ shilgiivost uintragirajocih fermionov z maso m^*
 $\kappa_0 \propto m^*$

5. SPINSKA SUSCEPTIBILNOST

(5)

Dodamo magnetno polje: $\epsilon_{\sigma}(\vec{k}) = \mu + \hbar v_F(k - k_F) + g\mu_B B \frac{\sigma}{2}$

$\delta\tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) = \tilde{\epsilon}_{\sigma}(B, \vec{k}) - \tilde{\epsilon}_{\sigma}(B=0, \vec{k})$ sprememba ob vstopu polja

$$= g\mu_B B \frac{\sigma}{2} + \sum_{\vec{k}'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta u_{\sigma'}(\vec{k}')$$

$$\equiv \tilde{g}\mu_B B \frac{\sigma}{2}$$

$\tilde{g}$ renormalizirani g faktor

$$\begin{aligned} \sum_{\vec{k}'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta u_{\sigma'}(\vec{k}') &= \sum_{\vec{k}'\sigma'} \underbrace{f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}')}_{g^s + g^a \sigma\sigma'} \underbrace{\frac{\partial u_{\sigma'}(\vec{k}')}{\partial \tilde{\epsilon}_{\sigma'}(\vec{k}')}}_{-\delta(\epsilon_{\sigma'}(\vec{k}') - \mu)} \underbrace{\delta \tilde{\epsilon}_{\sigma'}(\vec{k}')}_{\tilde{g}\mu_B B \frac{\sigma'}{2}} \\ &= - \underbrace{\int \frac{d\Omega_{\vec{k}'}}{4\pi} F^a(\theta)}_{F_0^a} \tilde{g}\mu_B B \frac{\sigma}{2} \end{aligned}$$

Upoštevati smo, da je $\sum_{\sigma'} \sigma\sigma' = 2$, to drugič pa uporabimo kot spinski faktor v definiciji gostote stanj.

$$\text{Sledi: } \tilde{g} = g - \tilde{g} F_0^a \Rightarrow \tilde{g} = \frac{g}{1 + F_0^a}$$

$$M = -g\mu_B \sum_{\vec{k}\sigma} \frac{\sigma}{2} \delta u_{\sigma}(\vec{k}) = g\mu_B \sum_{\vec{k}\sigma} \frac{\sigma}{2} \left(-\frac{\partial u}{\partial \tilde{\epsilon}_{\vec{k}\sigma}} \right) \underbrace{\delta \tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k})}_{\tilde{g}\mu_B B \frac{\sigma}{2}}$$

↑ magnetni moment elektronov je negativen
 $\vec{\mu} = -g\mu_B \vec{\sigma}/2 \simeq -\mu_B \vec{\sigma}$

$$M = g\mu_B \sum_{\vec{k}\sigma} \frac{\sigma^2}{4} \delta(\tilde{\epsilon}_{\sigma}(\vec{k}) - \mu) \tilde{g}\mu_B B \quad g \simeq 2$$

$$\chi = \frac{M}{B} = \mu_B^2 N(\epsilon_F) \frac{1}{1 + F_0^a}$$

↑ $\propto m^*$

Če $F_0^a \rightarrow -1$, postane sistem feromagneten (Stonerjeva nestabilnost)

Do tu 8.4.2024

6. EFEKTIVNA MASA

$\vec{p} = \hbar \vec{k} = m \frac{1}{\hbar} \nabla_k \tilde{\epsilon}_0(\vec{k})$ Pomnožimo s $\hbar$, uležimo s porazdelitvijo:

$$\sum_{\vec{k}\sigma} \hbar^2 \vec{k} u_{\sigma}(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}\sigma} m [\nabla_k \epsilon_0(\vec{k})] u_{\sigma}(\vec{k}) + \sum_{\substack{\vec{k}\sigma \\ \vec{k}'\sigma'}} m \nabla_k (f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta u_{\sigma'}(\vec{k}')) u_{\sigma}(\vec{k})$$

$\downarrow$ anizotropni del $\downarrow$ per partes

$$\sum_{\vec{k}\sigma} \hbar^2 \vec{k} \delta u_{\sigma}(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}\sigma} m \nabla_k \epsilon_0(\vec{k}) \delta u_{\sigma}(\vec{k}) - \sum_{\substack{\vec{k}\sigma \\ \vec{k}'\sigma'}} m f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \delta u_{\sigma'}(\vec{k}') \nabla_k u_{\sigma}(\vec{k})$$

$$k \leftrightarrow k', \sigma \leftrightarrow \sigma'$$

Velja za vsako porazdelitev $\delta u_{\sigma}(\vec{k})$, torej $\delta u_{\sigma}(\vec{k}) \nabla_k u_{\sigma'}(\vec{k}')$

$$\hbar^2 \vec{k} = \frac{m}{m^*} \hbar^2 \vec{k} - m \sum_{\vec{k}'\sigma'} f_{\sigma\sigma'}(\vec{k}, \vec{k}') \frac{\partial u}{\partial \tilde{\epsilon}} \underbrace{\nabla_k \epsilon_0(\vec{k})}_{\frac{1}{m^*} \hbar^2 \vec{k}}$$

$\swarrow$ tu ne pišemo $\tilde{\epsilon}$, ker računamo pri $T=0$

Skalarimo množimo z $\vec{k}$ in delimo z m :

$$\frac{\hbar^2 k_F^2}{m} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{m^*} + \underbrace{\int \frac{d\Omega}{4\pi} F^S(\theta) \cos\theta}_{P_1(\cos\theta)} \cdot \frac{\hbar^2 k_F^2}{m^*}$$

$F_1^S/3$

Sledi $m^* = m \left(1 + \frac{F_1^S}{3}\right)$ za ^3He $m^*/m = 2,8$.

Pozor: v kristalu se gibalna količina deli na modo $\vec{G}$, zato zgorajša izpeljava ne velja.

$$F_1^S = N(\epsilon_F) f_1^S = \frac{m^*}{m} N_0(\epsilon_F) f_1^S$$

$$m^* = m \frac{1}{1 - N_0(\epsilon_F) f_1^S/3}$$

Če $N_0(\epsilon_F) f_1^S \rightarrow 3$, potem $m^* \rightarrow \infty$. To je mehanizem Mottovega prehoda v izolatorsko stanje.

7. POMERANCHUKOVE NESTABILNOSTI

$$F_e^{sla} \rightarrow -(1+2\epsilon)$$

SEMINAR: izpeljava

$$F_2^S \rightarrow -5 \Rightarrow \text{nematična Fermijeva tekočina}$$



Spontani zlom rotacijske simetrije.

Opaženo v močno kovalentnih elektonskih sistemih (visokotemperaturni superprevodniki), anizotropnost v lastnostih (upornost, magn. susceptibilnost).

8. LUTTINGERJEVE TEKOČINE

V 1D se Fermijeva paršina reducira v dve točki. Nestabilno glede na klatrsholaki interakcijo. Nova faza, Luttingerjeva tekočina.

Značilnosti:

- potence odvisnosti korelacijskih funkcij
- vzburditve se ne obnašajo kot delci, temveč so kolektivne, bozonske (gostotni valovi), $Z=0$
- ločitev spina in naboja: spinske in nabojne vzburditve se propagirajo z različnimi hitrostima
- vster z metodo bozonizacije: bozoni s hodo med seboj in fermioni se v 1D ne morejo ogreji

$$\psi_\sigma(x) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \exp \left[i(k_F x + \Phi_\sigma(x)) \right] \psi_\sigma$$

$\uparrow$ Luttingerjev faktor

$$[\Phi_\sigma(k), \Phi_\sigma(x')] = -i\pi S_{\sigma\sigma'} \times \text{sign}(k-x')$$

Opaženo v nanocerkah, v volnih stališih, zelo anizotropnih materialih.

POMAGAJ SI SVOJO NA KAVČU!

9. TRANSPORTNE LASTNOSTI

Uvariklanični približek z $H(\vec{r}, t) = \epsilon_0(\vec{r}) + q \phi(\vec{r}, t) + \sum_{\vec{r}', t'} f_{00}(\vec{r}, \vec{r}') \delta n(\vec{r}', t')$

KINETIČNA ENAČBA:

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} + \frac{1}{\hbar} \frac{\partial H}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial \delta n}{\partial \vec{r}} - \frac{1}{\hbar} \frac{\partial H}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial \delta n}{\partial \vec{r}} = I[\delta n]$$

↑ procesi trkov, ki niso še vključeni v "povprečnem polju", opisano v približni relaksacijskega časa

LINEARIZIRANA KINETIČNA ENAČBA:

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} + \vec{v}_k \cdot \frac{\partial \delta n}{\partial \vec{r}} + \delta(\epsilon_k - \mu) \vec{v}_k \cdot \vec{F} = I[\delta n]$$

$$\vec{F} = q\vec{E} - \nabla_{\vec{r}} \sum_{\vec{r}', t'} f_{00}(\vec{r}, \vec{r}') \delta n(\vec{r}', t')$$

efektivna sila zaradi drugih levazidelcev (proti-tok)

Druzi člen nam da h.i. nič zvoč:

- kolektivna vztrdnost, kolektivno gibanje levazidelcev, brez spremenljive gostote 'elektrone', brez trkov $l \gg \lambda$
- opazen pri zelo nizkih T, kjer gibanje elektronov določajo kvantnomehanski učinki

Pomenljiva posledica je FL.

→ v ravnovesju nas ne ukača člen z $I[\delta n]$, temveč člen, ki opisuje proti-tok

$$\frac{1}{\sigma} = \Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{\omega^2}{16\epsilon_F} \frac{(\epsilon - \epsilon_F)^2 + (\pi k_B T)^2}{2}$$

ω : brezdimenzijski, $\omega \sim 1$ v močno koreliranih materialih

$$\rho(T) = \rho_0 + AT^2 \quad \text{v kovinah}$$

A povezan s sipanjem med elektroni, ρ_0 je rešidualna upornost zaradi nečistoč.

$$\text{KADOWAKI-WOODS: } \frac{A}{\gamma^2} = \alpha \approx 10^{-5} \mu\Omega \text{ cm } (\text{mol/m})^2$$

$$\gamma = \frac{C_V}{T} \Big|_{T \rightarrow 0} \quad \gamma^{-1} \sim T^2 / \epsilon_F \quad \epsilon_F \propto 1/m^* \quad \rho = \frac{m^*}{\hbar^2 \gamma} \propto (m^*)^2 \quad \gamma \propto m^*$$

10. MIKROSKOPSKE OSNOVE

7.

Teorijo FL je možno izpeljati s pomočjo rodij diagramatske večdelne teorije (Feynmanovi diagrami).

Adiabatsno vklapljanje interakcije $U = T \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^0 V(t) dt \right\}$

$$|\phi\rangle = U |\psi_0\rangle$$

$\mathbb{C}$ neinteragirajoče osnovno stanje

$$|\tilde{k}\sigma\rangle = U |k\sigma\rangle$$

$$\mathbb{C} |k\sigma\rangle = c_{k\sigma}^\dagger |\psi_0\rangle$$

$$|\tilde{k}\sigma\rangle = \underbrace{U c_{k\sigma}^\dagger U^\dagger}_{a_{k\sigma}^\dagger} |\phi\rangle$$

$$Z = \lim_{k \rightarrow k_F} Z_k$$

$$Z_{k\sigma} = |\langle \tilde{k}\sigma | c_{k\sigma}^\dagger | \phi \rangle|^2 > 0$$

konstanta renormalizacije
valovne funkcije
ali kvazidelčna amplituda

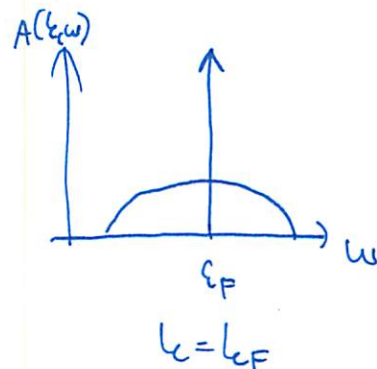
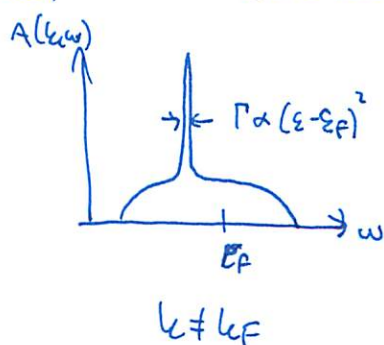
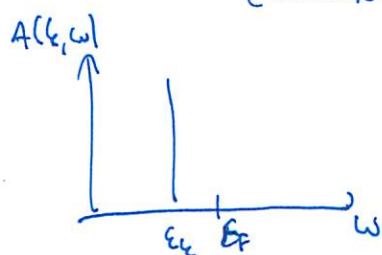
$$c_{k\sigma}^\dagger = \sqrt{Z_{k\sigma}} a_{k\sigma}^\dagger + \sum A(k_1\sigma_1, k_2\sigma_2; k_3\sigma_3, k\sigma) a_{k_1\sigma_1}^\dagger a_{k_2\sigma_2}^\dagger a_{k_3\sigma_3} + \dots$$

$\uparrow$ če $k \neq 0$, potem je koncept kvazidelca smisel, tudi če je $Z_{k\sigma} \ll 1$.

Spektralna funkcija:

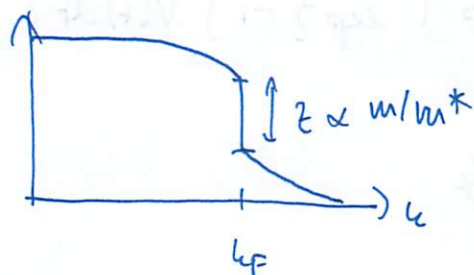
$$A(k, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im } G(k, \omega + i\delta) = \sum_{\lambda} |M_{\lambda}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{\lambda}) \quad |M_{\lambda}|^2 = |\langle \lambda | c_{k\sigma}^\dagger | \phi \rangle|^2$$

$$A(k, \omega) = \underbrace{Z_{k\sigma} \delta(\omega - \epsilon_k)}_{\text{kvazidelčni del (koherentni del)}} + \underbrace{\sum_{\lambda \neq k\sigma} |M_{\lambda}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{\lambda})}_{\text{kontinuum (nekoherentni del)}}$$



Porazdelitev giblnih količin:

$$\langle \phi | c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} | \phi \rangle = \int_{-\infty}^0 d\omega A(k, \omega) = Z_k \theta(-\epsilon_k) + \text{gladko razdelje}$$



Čepna interakcija razumeje porazdelitveno funkcijo, slabe ostane, doleker imamo dobro definirane kvazidelce Fermijevih lekocine.

Primer mikroskopskega Hamiltoniana s šibko interakcijo:

$$H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \frac{\lambda}{2} \sum_{\substack{k\sigma \\ k'\sigma' \\ q}} V(q) c_{k-q\sigma}^\dagger c_{k'+q\sigma'}^\dagger c_{k'\sigma'} c_{k\sigma} \quad V(\vec{q}) = \int \frac{d^3r}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} V(\vec{r})$$

$$E = \langle \psi | H | \psi \rangle$$

$$\langle \psi | c_{k-q\sigma}^\dagger c_{k'+q\sigma'}^\dagger c_{k'\sigma'} c_{k\sigma} | \psi \rangle = (\delta_{\vec{q}=0} - \delta_{\vec{k}-\vec{q}, \vec{k}'} \delta_{\sigma\sigma'}) n_{k\sigma} n_{k'\sigma'}$$

$$E = \sum_{k\sigma} \epsilon_k n_{k\sigma} + \frac{\lambda}{2} \sum_{\substack{k\sigma \\ k'\sigma' \\ q}} [V(0) - V(k-k') \delta_{\sigma\sigma'}] n_{k'\sigma'} n_{k\sigma}$$

$$f^0(k, k') = \lambda [V(q=0) - V(k-k') \delta_{\sigma\sigma'}] + \mathcal{O}(\lambda^2)$$

$$f^1(k, k') = \lambda [V(q=0) - \frac{1}{2} V(k-k')] + \mathcal{O}(\lambda^2) \quad \sigma\sigma' = 2\delta_{\sigma\sigma'} - 1$$

$$f^2(k, k') = -\frac{\lambda}{2} V(k-k') + \mathcal{O}(\lambda^2)$$

11. GREENOVA FUNKCIJA ZA FL

8.

Prosti delci:

$$G_R(\omega, \vec{k}) = \frac{1}{\omega - \tilde{\epsilon}(\vec{k}) + i0^+}$$

$$G_R(t, \vec{k}) \sim \theta(t) e^{-i\tilde{\epsilon}(\vec{k})t}$$

Fermi liquid:

$$G_R(t, \vec{k}) \sim \theta(t) e^{-i\tilde{\epsilon}(\vec{k})t - \Gamma/2 t}$$

$$\Gamma \sim \tilde{\epsilon}^2(\vec{k})$$

$$G_R(\omega, \vec{k}) = \frac{z_k}{\omega - \hbar v_F(k - k_F) + \Sigma(\omega, \vec{k})}$$

$$\Sigma = \frac{i\Gamma}{2} \sim i\omega^2$$

↑ self-energy (lastna energija)